**第二讲等差数列及其前*n*项和**

id:2147491615;FounderCES

题组1等差数列及其前*n*项和

1*.*[2016全国卷Ⅰ,3,5分][理]已知等差数列{*an*}前9项的和为27,*a*10*=*8,则*a*100*=*()

A.100 B.99 C.98 D.97

2*.*[2015新课标全国*Ⅱ*,5,5分]设*Sn*是等差数列{*an*}的前*n*项和*.*若*a*1*+a*3*+a*5*=*3,则*S*5*=*()

A.5 B.7 C.9 D.11

3*.*[2015浙江,3,5分][理]已知{*an*}是等差数列,公差*d*不为零,前*n*项和是*Sn.*若*a*3,*a*4,*a*8成等比数列,则()

A*.a*1*d>*0,*dS*4*>*0 B*.a*1*d<*0,*dS*4*<*0

C*.a*1*d>*0,*dS*4*<*0 D*.a*1*d<*0,*dS*4*>*0

4*.*[2013新课标全国Ⅰ,7,5分][理]设等差数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*,若*Sm-*1*=-*2,*Sm=*0,*Sm+*1*=*3,则*m=*()

A.3 B.4 C.5 D.6

5*.*[2017全国卷Ⅱ,15,5分][理]等差数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*,*a*3*=*3,*S*4*=*10,则*=　　　　.*

6*.*[2015浙江,10,6分]已知{*an*}是等差数列,公差*d*不为零*.*若*a*2,*a*3,*a*7成等比数列,且2*a*1*+a*2*=*1,则*a*1*=*,*d=　　　　.*

7*.*[2013新课标全国*Ⅱ*,16,5分][理]等差数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*,已知*S*10*=*0,*S*15*=*25,则*nSn*的最小值为*.*

8*.*[2016山东,18,12分][理]已知数列{*an*}的前*n*项和*Sn=*3*n*2*+*8*n*,{*bn*}是等差数列,且*an=bn+bn+*1*.*

(*Ⅰ*)求数列{*bn*}的通项公式;

(*Ⅱ*)令*cn=.*求数列{*cn*}的前*n*项和*Tn.*

题组2等差数列的性质

9*.*[2015北京,6,5分][理]设{*an*}是等差数列*.*下列结论中正确的是()

A.若*a*1*+a*2*>*0,则*a*2*+a*3*>*0

B.若*a*1*+a*3*<*0,则*a*1*+a*2*<*0

C.若0*<a*1*<a*2,则*a*2*>*

D.若*a*1*<*0,则(*a*2*-a*1)(*a*2*-a*3)*>*0

10*.*[2015广东,10,5分][理]在等差数列{*an*}中,若*a*3*+a*4*+a*5*+a*6*+a*7*=*25,则*a*2*+a*8*=　　　.*

11*.*[2015陕西,13,5分][理]中位数为1 010的一组数构成等差数列,其末项为2 015,则该数列的首项为*.*

12*.*[2014北京,12,5分][理]若等差数列{*an*}满足*a*7*+a*8*+a*9*>*0,*a*7*+a*10*<*0,则当*n=*时,{*an*}的前*n*项和最大*.*

id:2147491636;FounderCES

**A组基础题**

1*.*[2018南宁市联考,3]等差数列{*an*}中,*a*3*+a*7*=*6,则{*an*}的前9项和等于()

A.-18　 B.27 C.18 D.-27

2*.*[2018惠州市二调,7]已知等差数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*,且*a*9*=a*12*+*6,*a*2*=*4,则数列{}的前10项和为()

A. B. C. D.

3*.*[2018长春市高三第一次质量监测,4]等差数列{*an*}中,已知*|a*6*|=|a*11*|*,且公差*d>*0,则其前*n*项和取最小值时*n*的值为()

A.6　 B.7　 C.8　 D.9

4*.*[2017福建省高三质量检测,4][数学文化题]朱世杰是历史上最伟大的数学家之一,他所著的《四元玉鉴》卷中“如像招数”五问中有如下问题:“今有官司差夫一千八百六十四人筑堤*.*只云初日差六十四人,次日转多七人*.*每人日支米三升,共支米四百三石九斗二升,问筑堤几日”*.*其大意为:“官府陆续派遣1 864人前往修筑堤坝*.*第一天派出64人,从第二天开始,每天派出的人数比前一天多7人*.*修筑堤坝的每人每天分发大米3升,共发出大米40 392升,问修筑堤坝多少天*.*”在这个问题中,第5天应发大米()

A.894升 B.1 170升 C.1 275升 D*.*1 467升

5*.*[2017昆明市适应性检测,6]已知等差数列{*an*}各项均为正数,其前*n*项和为*Sn*,若*a*1*=*1,*=a*2,则*a*8*=*()

A.12 B.13 C.14 D.15

6.[2018湘东五校联考,14]已知等差数列{*an*}的公差为*d*,若*a*1,*a*2,*a*3,*a*4,*a*5的方差为8,则*d*的值为*.*

7*.*[2018辽宁省五校联考,17]已知数列{*an*}是等差数列,且*a*1,*a*2(*a*1*<a*2)分别为方程*x*2*-*6*x+*5*=*0的两个实根*.*

(1)求数列{*an*}的前*n*项和*Sn*;

(2)在(1)中,设*bn=*,求证:当*c=-*时,数列{*bn*}是等差数列*.*

8*.*[2018惠州市一调,17]在公差不为0的等差数列{*an*}中,*a*1,*a*4,*a*8成等比数列*.*

(1)若数列{*an*}的前10项和为45,求数列{*an*}的通项公式;

(2)若*bn* *=* ,且数列{*bn*}的前*n*项和为*Tn*,若*Tn=-*,求数列{*an*}的公差*.*

**B组提升题**

9*.*[2018河北省武邑中学二调,4]数列{*an*}满足2*an=an-*1*+an+*1(*n*≥2),且*a*2*+a*4*+a*6*=*12,则*a*3*+a*4*+a*5*=*()

A.9 B.10 C.11 D.12

10*.*[2017成都市三诊,12]设等差数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*,*Sm-*1*=*13,*Sm=*0,*Sm+*1*=-*15,其中*m*∈N\*且*m*≥2,则数列{}的前*n*项和的最大值为()

A. B. C. D.

11*.*[2018武汉市部分学校调研测试,15]设等差数列{*an*}满足*a*3*+a*7*=*36,*a*4*a*6*=*275,且*anan+*1有最小值,则这个最小值为*.*

12*.*[2018石家庄市重点高中摸底考试,16]设公差不为0的等差数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*,若*a*2,*a*5,*a*11成等比数列,且*a*11*=*2(*Sm-Sn*)(*m>n>*0,*m*,*n*∈N*\**),则*m+n*的值是*.*

13*.*[2018湘东五校联考,17]已知各项均不相等的等差数列{*an*}的前四项和*S*4*=*14,且*a*1,*a*3,*a*7成等比数列*.*

(1)求数列*an*}的通项公式;

(2)设*Tn*为数列{}前*n*项的和,若*λTn*≤*an+*1对一切*n*∈N\*恒成立,求实数*λ*的最大值*.*

**答案**

id:2147497608;FounderCES

1*.*C设等差数列{*an*}的公差为*d*,因为*S*9*=*9*a*5*=*27,所以*a*5*=*3*.*又*a*10*=*8,所以5*d=a*10*-a*5*=*5,所以*d=*1,所以*a*100*=a*5*+*95*d=*98,选C*.*

2*.*A解法一数列{*an*}为等差数列,设公差为*d*,则*a*1*+a*3*+a*5*=*3*a*1*+*6*d=*3,所以*a*1*+*2*d=*1, 所以*S*5*=*5*a*1*+d=*5(*a*1*+*2*d*)*=*5*.*

解法二因为数列{*an*}为等差数列,所以*a*1*+a*3*+a*5*=*3*a*3*=*3,所以*a*3*=*1,所以*S*5*===*5*.*

3*.*B由*a*3,*a*4,*a*8成等比数列可得(*a*1*+*3*d*)2*=*(*a*1*+*2*d*)·(*a*1*+*7*d*),即3*a*1*+*5*d=*0,所以*a*1*=-d*,所以*a*1*d<*0,又*dS*4*=d=*2(2*a*1*+*3*d*)*d=-d*2*<*0,故选B*.*

4*.*C由*Sm-*1*=-*2,*Sm=*0,*Sm+*1*=*3,得*am=Sm-Sm-*1*=*2,*am+*1*=Sm+*1*-Sm=*3,所以等差数列的公差*d=am+*1*-am=*3*-*2*=*1,由得解得故选C*.*

5*.*设等差数列{*an*}的首项为*a*1,公差为*d*,依题意,知即解得所以*Sn=*,因此*=*2(1*-+-+*…*+-*)*=.*

6*.　-*1由*a*2,*a*3,*a*7成等比数列,得*=a*2*a*7,则2*d*2*=-*3*a*1*d*,即*d=-a*1*.*又2*a*1*+a*2*=*1,所以*a*1*=*,*d=-*1*.*

7*.-*49由已知得解得*a*1*=-*3,*d=*,那么*nSn=n*2*a*1*+d=-.*由于函数*f*(*x*)*=-*在*x=*处取得极小值,又*n=*6时,6*S*6*=-*48,*n=*7时,7*S*7*=-*49,故*nSn*的最小值为*-*49*.*

8*.*(Ⅰ)由题意知当*n*≥2时,*an=Sn-Sn-*1*=*6*n+*5,

当*n=*1时,*a*1*=S*1*=*11,

所以*an=*6*n+*5*.*

设数列{*bn*}的公差为*d*,

由得

解得*b*1*=*4,*d=*3*.*

所以*bn=*3*n+*1*.*

(Ⅱ)由(Ⅰ)知*cn==*3(*n+*1)·2*n+*1*.*

又*Tn=c*1*+c*2*+*…*+cn*,

所以*Tn=*3*×*[2*×*22*+*3*×*23*+*…*+*(*n+*1)*×*2*n+*1],

2*Tn=*3*×*[2*×*23*+*3*×*24*+*…*+*(*n+*1)*×*2*n+*2],

两式作差,得*-Tn=*3*×*[2*×*22*+*23*+*24*+*…*+*2*n+*1*-*(*n+*1)*×*2*n+*2]*=*3*×*[4*+-*(*n+*1)*×*2*n+*2]*=-*3*n*·2*n+*2,

所以*Tn=*3*n*·2*n+*2*.*

9*.*C若{*an*}是递减的等差数列,则选项A,B都不一定正确*.*若{*an*}为公差为0的等差数列,则选项D不正确.对于C选项,由条件可知{*an*}为公差不为0的正项数列,由等差中项的性质得*a*2*=*,由基本不等式得*>*,故选C*.*

10*.*10由*a*3*+a*4*+a*5*+a*6*+a*7*=*25得5*a*5*=*25,所以*a*5*=*5,故*a*2*+a*8*=*2*a*5*=*10*.*

11*.*5设等差数列的首项为*a*1,根据等差数列的性质可得*a*1*+*2 015*=*2*×*1 010,解得*a*1*=*5*.*

12*.*8因为数列{*an*}是等差数列,且*a*7*+a*8*+a*9*=*3*a*8*>*0,所以*a*8*>*0*.*又*a*7*+a*10*=a*8*+a*9*<*0,所以*a*9*<*0*.*所以当*n=*8时,其前*n*项和最大*.*

id:2147497615;FounderCES

**A组基础题**

1*.*B解法一设等差数列的公差为*d*,则*a*3*+a*7*=a*1*+*2*d+a*1*+*6*d=*2*a*1*+*8*d=*6,所以*a*1*+*4*d=*3*.*于是{*an*}的前9项和*S*9*=*9*a*1*+d=*9(*a*1*+*4*d*)*=*9*×*3*=*27,故选B*.*

解法二由等差数列的性质,得*a*1*+a*9*=a*3*+a*7*=*6,所以数列{*an*}的前9项和*S*9*===*27,故选B*.*

2*.*B设等差数列{*an*}的公差为*d*,由*a*9*=a*12*+*6及等差数列的通项公式得*a*1*+*5*d=*12,又*a*2*=*4,∴*a*1*=*2,*d=*2,∴*Sn=n*2*+n*,∴*==-*,∴*++*…*+=*(1*-*)*+*(*-*)*+*…*+*(*-*)*=*1*-=.*选B*.*

3*.*C由*d>*0可得等差数列{*an*}是递增数列,又*|a*6*|=|a*11*|*,所以*-a*6*=a*11,即*-a*1*-*5*d=a*1*+*10*d*,所以*a*1*=-*,则*a*8*=-<*0,*a*9*=>*0,所以前8项和为前*n*项和的最小值,故选C*.*

4*.*B由题意,知每天派出的人数构成首项为64,公差为7的等差数列,则第5天的总人数为5*×*64*+×*7*=*390,所以第5天应发大米390*×*3*=*1 170(升),故选B*.*

5*.*D解法一设等差数列{*an*}的公差为*d*,由题意得*=*1*+d*,解得*d=*2或*d=-*1(舍去),所以*a*8*=*1*+*7*×*2*=*15,故选D*.*

解法二*S*3*=a*1*+a*2*+a*3*=*3*a*2,由*=a*2可得*=a*2,解得*a*2*=*3或*a*2*=*0(舍去),则*d=a*2*-a*1*=*2,所以*a*8*=*1*+*7*×*2*=*15,故选D*.*

6*.±*2依题意,由等差数列的性质得*a*1,*a*2,*a*3,*a*4,*a*5的平均数为*a*3,则由方差公式得*×*[*++++*]*=*8,所以*d=±*2*.*

7*.*(1)∵*a*1,*a*2(*a*1*<a*2)分别为方程*x*2*-*6*x+*5*=*0的两个实根,

∴*a*1*=*1,*a*2*=*5,∴等差数列{*an*}的公差为4,

∴*Sn=n*·1*+*·4*=*2*n*2*-n.*

(2)当*c=-*时,*bn===*2*n*,

∴*bn+*1*-bn=*2(*n+*1)*-*2*n=*2,*b*1*=*2*.*

∴数列{*bn*}是以2为首项,2为公差的等差数列*.*

8*.*(1)设数列{*an*}的公差为*d*(*d*≠0),

由*a*1,*a*4,*a*8成等比数列可得*=a*1·*a*8,即(*a*1*+*3*d*)2*=a*1·(*a*1*+*7*d*),解得*a*1*=*9*d.*

由数列{*an*}的前10项和为45得10*a*1*+*45*d=*45,即90*d+*45*d=*45,所以*d=*,*a*1*=*3*.*

故数列{*an*}的通项公式为*an=*3*+*(*n-*1)*×=.*

(2)因为*bn==*(*-*),

所以数列{*bn*}的前*n*项和*Tn=*[(*-*)*+*(*-*)*+*…*+*(*-*)]*=*(*-*),

即*Tn=*(*-*)*=*(*-*)*=*(*-*)*=-*,

因此*=*1,解得*d=-*1或*d=*1*.*

故数列{*an*}的公差为*-*1或1*.*

**B组提升题**

9*.*D因为数列{*an*}满足2*an=an-*1*+an+*1(*n*≥2),所以数列{*an*}是等差数列,则*a*3*+a*4*+a*5*=a*2*+a*4*+a*6*=*12*.*故选D*.*

10*.*D因为*Sm-*1*=*13,*Sm=*0,*Sm+*1*=-*15,所以*am=Sm-Sm-*1*=*0*-*13*=-*13,*am+*1*=Sm+*1*-Sm=-*15*-*0*=-*15*.*

因为数列{*an*}为等差数列,所以公差*d=am+*1*-am=-*15*-*(*-*13)*=-*2,

所以解得*a*1*=*13*.*

所以*an=a*1*+*(*n-*1)*d=*13*-*2(*n-*1)*=*15*-*2*n*,

当*an*≥0时,*n*≤7*.*5,当*an+*1≤0时,*n*≥6*.*5,

所以数列{}的前6项为正数,所以*==*(*-*),

所以数列{}的前*n*项和的最大值为*×*(*-+-+-+*…*+*1*-*)*=×*(1*-*)*=.*故选D*.*

11*.-*12设等差数列{*an*}的公差为*d*,∵*a*3*+a*7*=*36,∴*a*4*+a*6*=*36,又*a*4*a*6*=*275,联立,解得或

当时,可得此时*an=*7*n-*17,*a*2*=-*3,*a*3*=*4,

易知当*n*≤2时,*an<*0,当*n*≥3时,*an>*0,∴*a*2*a*3*=-*12为*anan+*1的最小值;

当时,可得此时*an=-*7*n+*53,*a*7*=*4,*a*8*=-*3,

易知当*n*≤7时,*an>*0,当*n*≥8时,*an<*0,∴*a*7*a*8*=-*12为*anan+*1的最小值*.*

综上,*anan+*1的最小值为*-*12*.*

12*.*9设等差数列{*an*}的公差为*d*(*d*≠0),因为*a*2,*a*5,*a*11成等比数列,所以*=a*2*a*11,所以*=*(*a*1*+d*)(*a*1*+*10*d*),解得*a*1*=*2*d*,又*a*11*=*2(*Sm-Sn*)(*m>n>*0,*m*,*n*∈N*\**),所以2*ma*1*+m*(*m-*1)*d-*2*na*1*-n*(*n-*1)*d=a*1*+*10*d*,化简得(*m+n+*3)(*m-n*)*=*12,因为*m>n>*0,*m*,*n*∈N*\**,所以或解得或(舍去),所以*m+n=*9*.*

13*.*(1)设公差为*d*,由已知得

解得*d=*1或*d=*0(舍去),所以*a*1*=*2,所以*an=n+*1*.*

(2)因为*=-*,

所以*Tn=*(*-*)*+*(*-*)*+*…*+*(*-*)*=-=*,

又*λTn*≤*an+*1对一切*n*∈N\*恒成立,所以*λ*≤*=*2(*n+*)*+*8,而2(*n+*)*+*8≥16,当且仅当*n=*2时等号成立*.*

所以*λ*≤16, 即*λ*的最大值为16*.*